

计算周期性导波结构的时域有限差分方法

许 锋, 洪 伟, 周后型

(东南大学国家毫米波重点实验室, 江苏南京 210096)

摘 要: 本文提出一种计算周期性导波结构的时域有限差分方法. 由 Floquet 定理建立边界条件, 在电场边界和磁场边界上两次使用 Floquet 定理, 从而将计算域限制在一个周期结构内, 并且在导波结构侧面引入吸收边界条件, 保证了计算精度. 通过预先给出传播常数, 经 FDTD 迭代计算, 其谐振频率就是该传播常数所对应的工作频率.

关键词: 时域有限差分法; Floquet 定理; 周期性导波结构

中图分类号: TN015 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 06-0932-03

FDTD Algorithm for the Periodic Guided Waves Structures

XU Feng HONG Wei, ZHOU Houxing

(State Key Lab. of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract: A novel FDTD (finite difference time domain) method is presented for the analysis of electromagnetic wave propagation in periodic structures. The boundary conditions are set according to Floquet's theorem for periodic structures. Floquet's theorem is used twice on electric field boundary and magnetic field boundary. Thus, the computational domain is restricted to a single period, and the absorbing boundary condition can be used on the other boundaries. Maxwell's system is then solved as an initial value problem on a FDTD grid for the prediction of the (eigen) frequencies of the propagating modes for a given value of the propagation constant.

Key words: finite difference time domain; Floquet's theorem; periodic guided waves structures

1 引言

周期性导波结构在微波和天线技术中有许多实际用途, 其算法也有很多种. Cangellaris 等人在文献[1]中, 用混合的谱 2FDTD (spectral/ FDTD) 方法对周期性导波结构进行了分析. 与频域方法相比, 由于 FDTD 算法是一种迭代计算过程, 因而无需求解关于传播常数的高阶超越方程. 通过预先给出传播常数, 迭代计算获得的时域信号, 经频谱变换得到的谐振频率就是该传播常数对应的工作频率. 但是, 在混合的谱 FDTD 方法中, 为了将计算域限制在一个周期结构内, 要将 Yee 网格稍加变形, 利用 Floquet 定理^[2]把电场和磁场分量沿传播方向展开为空间谱. 这样每进行一次 FDTD 迭代计算, 就要作一次 FFT (快速傅里叶变换) 计算, 增加了计算量. 另外在导波结构的侧面无法设置吸收边界条件, 影响了计算精度. 文献[3]也用 FDTD 方法对周期性导波结构进行了计算.

本文提出一种用于分析周期性导波结构的 FDTD 算法, 在周期边界上两次使用 Floquet 定理, 将计算域限制在一个周期结构内的同时, 每次迭代计算不再需要进行 FFT 计算, 提高了计算速度. 另外在导波结构的侧面可以设置吸收边界条件, 提高了计算精度, 拓宽了算法的应用范围.

2 周期结构的 FDTD 算法

设传播方向为 z 方向, 以二维情况下 TM_z 波为例进行分析. TM_z 波的 Maxwell 方程为:

$$L_0 \frac{9H_y}{9t} = \frac{9E_z}{9x} - \frac{9E_y}{9z} \quad (1)$$

$$E \frac{9E_x}{9t} = - \frac{9H_y}{9z} \quad (2)$$

$$E \frac{9E_z}{9t} = \frac{9H_y}{9z} \quad (3)$$

由 Floquet 定理, 所有的场分量幅值沿传播方向呈周期性分布, 即

$$H_y(x, z, t) = h_y(x, z, t) e^{-jB_0 z} \quad (4)$$

$$E_x(x, z, t) = e_x(x, z, t) e^{-jB_0 z} \quad (5)$$

$$E_z(x, z, t) = e_z(x, z, t) e^{-jB_0 z} \quad (6)$$

式中, h_y , e_x 和 e_z 均为 z 方向上的周期函数, B_0 为传播常数. 将方程(4)~(6)代入方程(1)~(3)得到:

$$L_0 \frac{9h_y}{9t} = \frac{9e_z}{9x} - \frac{9e_x}{9z} + jB_0 e_x \quad (7)$$

$$E \frac{9e_x}{9t} = - \frac{9h_y}{9z} + jB_0 h_y \quad (8)$$

$$E \frac{9e_z}{9t} = \frac{9h_y}{9x} \quad (9)$$

如图1所示,将Yee网格左侧设为电场边界,而将右侧设为磁场边界。或者相反,只要两侧一边是电边界,另一边是磁边界就可将计算域限制在一个周期内,而无需求文献[1]中那样,反复进行FFT变换。

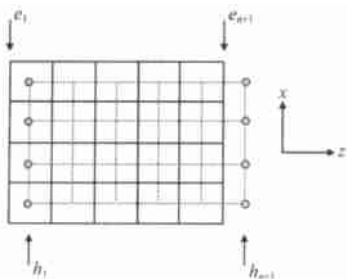


图1 一个结构周期内的Yee网格

在图1中,传播方向为z向,实线表示电场网格,虚线表示磁场网格,图中示出的是一个结构周期的网格划分图。由前面讨论可知,在 e_x 各分量中, $e_1 = e_{n+1}$;在 h_y 各分量中, $h_1 = h_{n+1}$ 。正象文献[4,5]中的压缩FDTD方法那样,算法虽然是时域迭代过程,但本质上是频域法。首先假定开始迭代时,周期边界条件已建立,即在整个迭代过程中,始终有 $e_1 = e_{n+1}$ 和 $h_1 = h_{n+1}$ 。预先给定传播常数 B_0 ,加入点源激励,用方程(7)~(9)进行迭代计算。每次迭代后,将 e_{n+1} 赋值给 e_1 ,再把 h_1 赋值给 h_{n+1} 。在计算域中,另取一点记录时域信号,将获得的时域信号进行Fourier变换,频谱上谐振点就是该传播常数所对应的工作频率。或者说,当该频率的谐波通过周期性导波结构时,其传播常数为预先给出的值 B_0 。显然,如果实际情况需要,可以方便地在x方向上加入吸收边界条件,使算法的计算精度得以提高。当 B_0 为方程解时,由Floquet定理,

$$B = B_0 + 2n\pi/d, n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

也是方程解。式中d为周期长度尺寸。

按照相同的原理,本文方法可简单地推广应用于三维周期导波结构。

3 数值计算结果

为了验证算法的正确性,我们选择一个二维TM波传播

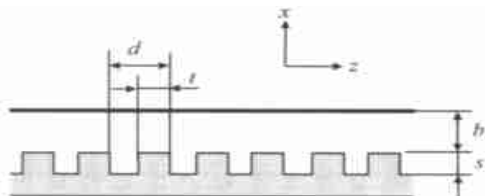


图2 周期波导结构示意图

的周期波导结构进行计算,文献[6]用边界元法对该结构作了计算,可以比较。图2给出了该结构的示意图,图中, $b/K = 0.125$, $d/K = 0.125$, $t/d = 0.125$,而 s/K 从0.125变换到0.5。在FDTD计算中, s_x 和 s_z

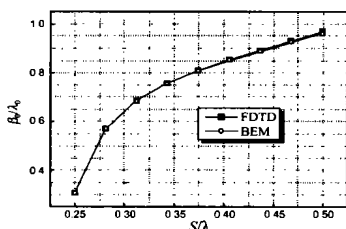


图3 B_0/k_0 关于 s/K 的变化曲线

均取为 $0.125/8m$,工作频率取为 $300MHz$

图3给出了 s 变化时, $B_0/k_0 \sim s/K$ 的变化曲线,将FDTD算法与BEM算法的结果[6]进行比较,两者非常吻合,证明了FDTD算法的正确性。

第二例计算了传播TE波的介质波导,在传播方向上结构无变化,因而周期结构尺寸可任选。该例有解析结果可以比较,另外可以验证在x方向上引入吸收边界条件时,该算法的有效性。介质波导的相对介电常数, $\epsilon_r = 31.0$,介质厚度取为 $0.1225m$,计算中, s_x 和 s_z 均取为 $0.1025m$ 。当结构尺寸保持不变时,计算不同的传播常数 B_0 所对应的主模TE₀。图4示出了FDTD算法和解析法的计算结果,从图可以看出两曲线很吻合,再次验证了算法的正确性。

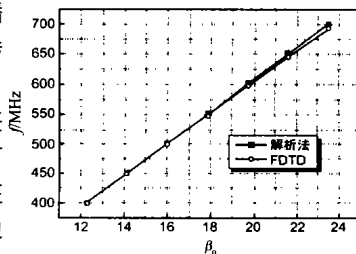


图4 介质波导TE₀模谐波频率与传播常数关系曲线

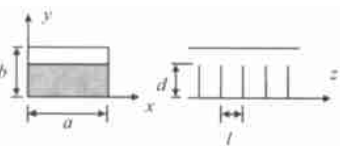


图5 加载电容性膜片的矩形波导

第三例选择一个三维结构的加载电容性膜片的矩形波导进行分析。如图5所示,取 $a = 0.19$, $b = 0.12$, $d = 0.15$, $l = 110cm$ 。用FDTD方法进行计算,绘制了 $k_0 - B_0$ 图,与文献[2]的结果进行了比较,由图6可见,两者计算结果是吻合的。

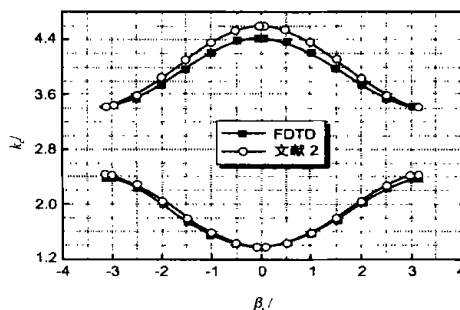


图6 周期性加载矩形波导的 $k_0 - B_0$ 图

4 结论

本文通过三个算例,验证了本文提出的用于计算周期性导波结构的FDTD算法。和以前的FDTD算法相比,该算法具有简单易行且计算速度快的优点。由于算法中可引入吸收边界条件,因此算法的应用范围更广。与频域方法相比,FDTD算法是一种迭代过程,因而无需求解关于传播常数的高阶超越方程,具有良好的应用前景。

参考文献:

- [1] A C Cangellaris, M Gribbons, G Sohns. A hybrid spectral/FDTD method for the electromagnetic analysis of guided waves in periodic

- structures [J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1993, 3 (10): 375- 377.
- [2] R E Collin. Foundations for Microwave Engineering [M]. New York: McGrawHill, 1992.
- [3] W Y Tam, Y Chen. A combined spectral FDTD method for periodic guiding structures [A]. Asia Pacific Microwave Conference Proceeding [C]. Hongkong: APMCP, 1997. 261- 264.
- [4] S Xiao, R Vahldieck, H Jin. FullWave analysis of guided wave structures using a novel 2D FDTD [J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1992, 2(5): 165- 167.
- [5] S Xiao, R Vahldieck. An efficient 2D FDTD algorithm using real variables [J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1993, 3(2): 127 - 129.
- [6] Feng Zuwei, Xu Feng. The calculation of propagation constant of periodic structure waveguide by boundary element method [A]. The Proceedings of 2nd International Symposium on Recent Advance in Microwave Technology [C]. Beijing, China: Banmali Ravat and Zhou Siyong, 1989. 71- 74.

作者简介:



许 锋 1963 生, 江苏省南通人, 2002 年于东南大学获博士学位, 现为加拿大蒙特尼尔工学院博士后, 研究方向是电磁场时域方法数值计算, 电磁散射和电路分析.



洪 伟 1962 生, 河北张家口市人, 1988 年于东南大学获博士学位, 现为东南大学无线电工程系教授、教育部长江学者、博士生导师、系主任, 在国内外权威学术刊物上发表论文二百多篇, 学术专著一部, 获一项国家自然科学基金四等奖、两项国家教委科技进步一等奖等多项科技奖励, 获国家人事部/ 突出贡献中青年专家等多项荣誉称号, 获/ 国家杰出青年基金和国家教委/ 跨世纪优秀人才基金等, 任多种国内外权威刊物.